日　時　令和５年１２月～　　　　生　徒　第８学年
授業場　第８学年教室　　　　　　授業者　赤　本　純　基

１．単元名　５章　三角形と四角形

２．単元の目標

(1)　平面図形と数学的な推論についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに，事象を数学化したり，数学的に解釈したり，数学的に表現・処理したりする技能を身に付ける。
(2)　数学的な推論の過程に着目し，図形の性質や関係を論理的に考察し表現することができる。
(3)　図形の合同について，数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え，数学を生活や学習に生かそうとする態度，問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を身に付ける。

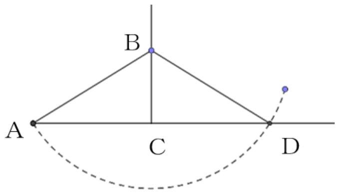
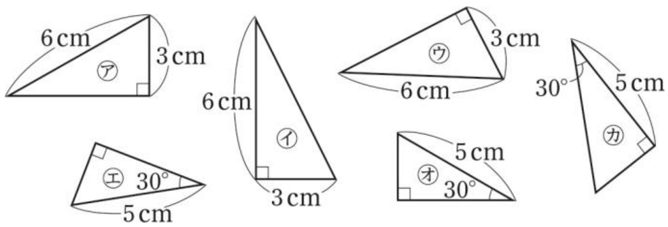
３．単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
①平面図形の合同の意味及び三角形の合同条件について理解している。 ②証明の必要性と意味及びその方法について理解している。 ③定義や命題の仮定と結論，逆の意味を理解している。 ④反例の意味を理解している。 ⑤正方形, ひし形, 長方形が平行四辺形の特別な形であることを理解している。	①三角形の合同条件などを基にして三角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめることができる。 ②証明を読んで新たな性質を見いだし表現することができる。 ③三角形や平行四辺形の基本的な性質などを具体的な場面で活用することができる。 ④命題が正しくないことを証明するために，反例をあげることができる。	①証明の必要性と意味及びその方法を考えようとしている。 ②図形の合同について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。 ③平面図形の性質を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。

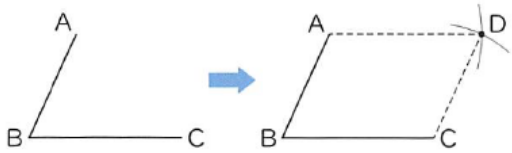
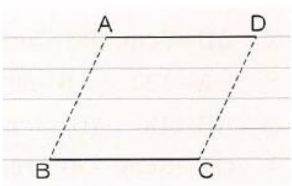
４．単元のデザイン（全２４時間）

時間	・目標　問題	重点	記録	備考
1	・二等辺三角形の定義をもとにして，二等辺三角形の底角は等しいことを証明する方針を立てることができるとともに，その証明から根拠に使っている事柄をよむことができる。 問題 二等辺三角形にはどんな特徴があるでしょうか。	知		思①：行動観察
2	・「△ABC で，AB=AC ならば，∠B＝∠C である」の証明で示した「△ABD≡△ACD」を使って，二等辺三角形の頂角の二等分線は，底辺を垂直に二等分することを証明できる。 ・具体的な場面を調べることを通して，二等辺三角形の定義, 性質を利用して辺の長さや角の大きさを求めることができる。	思 知		思②：行動観察 ノート 知①②：小テスト

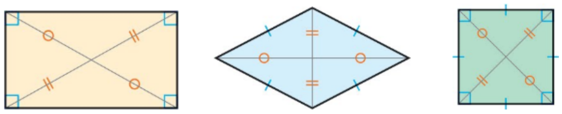
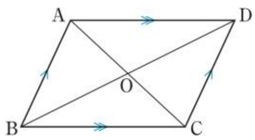
	問題 前の時間の「△ABC で，AB=AC ならば，∠B＝∠C である」の証明で示した「△ABD≡△ACD」から，新しくわかる長さが等しい線分や大きさの等しい角はどれでしょうか。			
3	・三角形の２つの角が等しいとき，２つの辺は等しいことを証明することを通して，二等辺三角形になるための条件を見いだすことができる。 問題 ２つの角が等しい三角形はどんな三角形になりそうでしょうか。	思		思①：行動観察
4	・△ABC の∠A の二等分線が辺 BC と交わる点を D とし，点 D を通り，AC に平行な直線をひき，辺 AB との交点を E とするとき，△AED は二等辺三角形になることを証明できるとともに，その証明から根拠に使っている事柄をよむことができる。 ・事柄の逆と反例の意味を知り，それをもとに，事柄の逆をいったり，その逆が正しいかどうかを判断したりすることができる。 問題 △ABC の∠A の二等分線が辺 BC と交わる点を D とし，点 D を通り，AC に平行な直線をひき，辺 AB との交点を E とするとき，△AED はどんな三角形になりそうでしょうか。 問題 次の事柄の逆をいいましょう。また，それは正しいでしょうか。 （１）　△ABC と△DEF で，△ABC≡△DEF ならば，AB＝DE，BC＝EF，CA＝FD である。 （２）　△ABC と△DEF で，△ABC≡△DEF ならば，∠A＝∠D，∠B＝∠E，∠C＝∠F である。	思 知		思①：行動観察 知③④：行動観察 小テスト
5	・正三角形の定義をもとにして，正三角形の３つの角は等しいことを証明できるとともに，その証明から根拠に使っている事柄をよむことができる。 問題 正三角形にはどんな特徴があるでしょうか。	思		思①：小テスト

6	・２つの直角三角形は，斜辺と他の１辺がそれぞれ等しいとき，合同であることを証明することを通して，直角三角形の合同条件「斜辺と他の１辺がそれぞれ等しい」を見いだすことができる。 問題 半直線 AC の垂線の上に点 B をとり，点 A と B を結び△ABC をつくります。点 B を中心として，半径 AB の弧をかき，半直線 AC との交点を D とします。点 B と D を結び，△DBC をつくります。  このとき，△ABC と△DBC はどんな関係になっていそうでしょうか。 参考：鈴木誠先生（東京学芸大学附属世田谷中学校）による 2019 年第 4 回中学校数学授業づくり研究会公開授業	思		思①：行動観察 ノート
7	・直角三角形の合同条件「斜辺と他の１辺がそれぞれ等しい」の一部を変えて発展的に考えることを通して，直角三角形の合同条件「斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しい」を見いだすことができる。 ・直角三角形の合同条件を用いて，いくつかの直角三角形の中で合同な直角三角形はどれか判断することができる。 問題 前の時間の「２つの直角三角形は，斜辺と他の１辺がそれぞれ等しいとき，合同である」の「他の１辺」の部分を「１つの鋭角」に変えても成り立つといえるのでしょうか。 問題 次の図で，合同な直角三角形を見つけましょう。  	思 知		思②：行動観察 ノート 知①：小テスト
8	・∠XOY の二等分線上の点 P から，OX，OY に垂線をひき，交点をそれぞれ A，B とするとき，PA＝PB になることを直角三角形の合同条件を用いて証明できるとともに，その証明から根拠に使っている事柄をよむことができる。 ・証明の必要性と意味及びその方法を考えようとする態度や，学んだことを生活や学習に生かそうとする態度を養う。 問題 ∠XOY の二等分線上の点 P から，OX，OY に垂線をひき，交点をそれぞれ A，B とするとき，PA と PB の長さはどんな関係になっていそうでしょうか。	思 態		思①：行動観察 態①②：行動観察

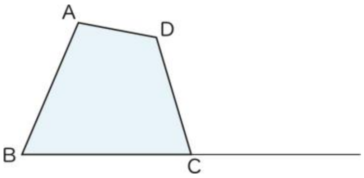
9	・点Cを共有する正三角形ACDと正三角形CBEを，点A，C，Bがこの順に一直線上にあるように，線分ABについて同じ側にかき，点AとE，点DとBを結んだとき，AE＝DBになることの証明の方針を立てることができるとともに，その証明の方針をよみ，AE＝DBが成り立つ構造を捉えることができる。 ・点Cを共有する正三角形ACDと正三角形CBEを，点A，C，Bが一直線上にあるように，線分ABについて同じ側にかき，点AとE，点DとBを結んだとき，AE＝DBであることの証明を振り返り，それに基づいて問題の条件である「点A，C，Bが一直線上にある」を外した場合にも，AE＝DBが成り立つ構造を捉えることができる。 問題 点Cを共有する正三角形ACDと正三角形CBEを，点A，C，Bが一直線上にあるようにし，線分ABについて同じ側にかきます。点AとE，点DとBを結ぶとき，線分AEとDBにはどんな関係がありそうでしょうか。	思	○	思①②：行動観察 ノート 「６．９時間目のデザイン」を参照してください。
10	問題 「点Cを共有する正三角形ACDと正三角形CBEをかき，点AとE，点DとBを結ぶとき，AE＝DBになる」は成り立つでしょうか.			「８．１０時間目のデザイン」を参照してください.
11	・小単元１で学習したことがどの程度身に付いているかを自己評価することができる。	知 思		知①～④：小テスト 思①～③：小テスト
12	・平行四辺形の定義をもとにして，平行四辺形の２組の対辺は，それぞれ等しいことの証明の方針を立てることができる。 ・証明で辺が等しいことを示すために，それらを対応する辺にもつ合同な三角形の組がみつからない場合には，そのような三角形をつくればよいことを見いだすことができる。 ・平行四辺形の２組の対角は，それぞれ等しいことや，平行四辺形の対角線は，それぞれの中点で交わることを証明できるとともに，その証明から，根拠に使っている事柄をよむことができる。 ・平行四辺形の性質を利用して辺の長さや角の大きさを求めることができる。 問題 ▱ABCDにはどんな特徴があるでしょうか。 参考：赤本純基（北海道教育大学附属釧路義務教育学校）による2022年第７回中学校数学授業づくり研究会公開授業	思 知		思：①②行動観察 知：①②：小テスト 「１０．１２時間目のデザイン」を参照してください。
13	問題 前の時間に見つけた▱ABCDの特徴「平行四辺形の２組の対角はそれぞれ等しい」「平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わる」を証明しましょう。			

14	・▱ABCD の対角線の交点を O とし，線分 OB，OD 上に，BP＝DQ となる点 P，Q をそれぞれとるとき AP＝CQ になることを，証明の方針を立て，その方針に基づいて平行四辺形の性質を利用し証明できるとともに，その証明から，根拠に使っている事柄をよむことができる。 問題 ▱ABCD の対角線の交点を O とし，線分 OB，OD 上に，BP＝DQ となる点 P，Q をそれぞれとります。 このとき，線分 AP と CQ にはどんな関係がありそうでしょうか。 参考：国立教育政策研究所による平成 25 年度全国学力・学習状況調査 授業アイディア例（中学校数学）	思		思①：行動観察 ノート
15	・平行四辺形の性質の逆を証明することを通して，平行四辺形になるための条件を見いだすことができる。 ・平行四辺形になるための条件を確認し，これまで学んだ平行四辺形になるための条件を利用することができる。 問題 次の図のように，BA＝CD，BC＝AD となるように点 D を作図するとき，四角形 ABCD は，どんな四角形になりそうでしょうか。  	思 知		思①②：行動観察 知：①②：小テスト
16	問題 次の図のように，ノートの罫線上に等しい長さの線分 AD，BC をひくとき，点 A と B，C と D をそれぞれ結んでできる四角形 ABCD は，どんな四角形になりそうでしょうか。  			
17	・▱ABCD の対角線の交点を O とし，線分 OA，OC 上に，AE=CF となる点 E，F をそれぞれとるとき，四角形 EBFD は平行四辺形になることを，平行四辺形になるための条件を基にして証明できる。 ・▱ABCD の対角線の交点を O とし，線分 OA，OC 上に，AE=CF となる点 E，F をそれぞれとるとき，四角形 EBFD は平行四辺形であることの証明を振り返り，それに基づいて問題の条件である「線分 OA，OC 上に，AE=CF となる点 E，F をそれぞれとる」を外した場合にも，四角形 EBFD は平行四辺形になることを証明できる。	思 思	○ ○	思①：ノート 思②：ノート

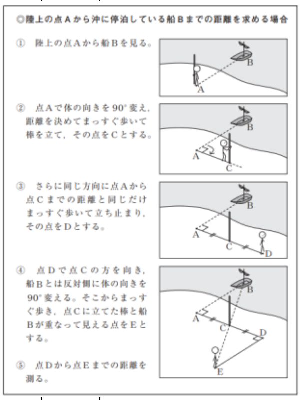
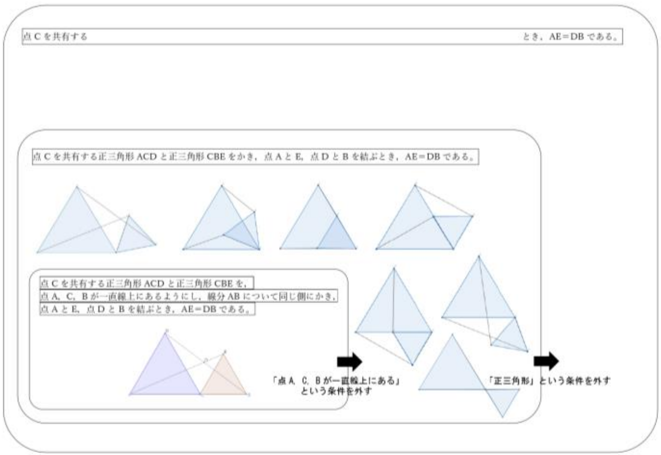
「１２．１４時間目のデザイン」を参照してください。

	問題 □ABCD の対角線の交点を O とし，線分 OA，OC 上に，AE=CF となる点 E，F をそれぞれとるとき，四角形 EBFD はどんな四角形になるでしょうか。		「１３．１７時間目のデザイン」を参照してください。	
18	問題 □ABCD において，線分 OA，OC を延長した直線上に AE＝CF となる点 E，F をそれぞれとるとき，四角形 EBFD はどんな四角形になるでしょうか。 参考：国立教育政策研究所による平成 30 年度全国学力・学習状況調査 授業アイディア例（中学校数学）			
19	・二つのテープの重なる部分が長方形やひし形，正方形になる場合を考えることを通して，長方形やひし形，正方形の定義をもとにし，それらが平行四辺形であることを説明できる。 ・長方形やひし形，正方形の対角線の性質を証明したり，その逆が正しくないことを，反例をあげて示したりすることができる。このことを通して，問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を養う。 問題 ２本の紙テープを重ねるとき，重なる部分が長方形やひし形，正方形になるのはどんなときでしょうか。 	知 思 態		知⑤：行動観察 思④：行動観察 ノート 態③：行動観察 ノート
20	問題 長方形、ひし形、正方形は、平行四辺形の性質「対角線はそれぞれの中点で交わる」をもっています。  長方形，ひし形，正方形の対角線について，ほかにはどんな性質がありそうでしょうか。			
21	・平行線の性質を使って，AD//BC の台形 ABCD で面積が等しい三角形はどれか説明できる。 問題 次の図の□ABCD で，面積の等しい三角形を見つけましょう。  参考：国立教育政策研究所による平成 22 年度全国学力・学習状況調査 報告書（小学校算数）	思		思③：行動観察

<table>
<tr><td>22</td><td>・平行線の性質を使って，多角形の面積を変えずに形を変える方法について考え説明できる。

問題
右の図の四角形 ABCD を，その面積を変えずに三角形に変形したいと考えています。辺 BC を延長した半直線上に点 E をとって，四角形 ABCD と面積が等しい△ABE をつくるとしたら，点 E はどこにとればよいでしょうか。

</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>23</td><td>・事象を図形に着目して数学的に解釈し，成り立つ事柄の特徴を説明するとともに，問題解決の方法を振り返って発展的に考えることができる。

問題
紀元前 6 世紀ごろの古代ギリシャで活躍した学者の 1 人に，タレスという人がいます。タレスは，次のようにして，陸上から直接測ることができない船までの距離を求めたといわれています。
「タレスの方法」で，陸上の点 A から沖に停泊している船 B までの距離を求めることができるのはなぜでしょうか。

参考：国立教育政策研究所による平成 23 年度全国学力・学習状況調査 授業アイディア例（中学校数学）</td><td>思</td><td></td><td>思③：行動観察
ノート

</td></tr>
<tr><td>24</td><td>・単元全体の学習内容についてのテストに取り組み，単元で学習したことがどの程度身に付いているかを自己評価することができる。
・これまでの学習を振り返って，振り返りシートに分かったことや疑問，問題の解決に有効であった方法などを記述することを通して，学習の成果を実感できる。</td><td>知
思
態</td><td>〇
〇
〇</td><td>知①～⑤：単元テスト
思①②：単元テスト
態①～③：振り返りシート</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="4">レポート課題
授業で，「点 C を共有する正三角形 ACD と正三角形 CBE をかき，点 A と E，点 D と B を結ぶとき，AE＝DB である」ことを証明しました。


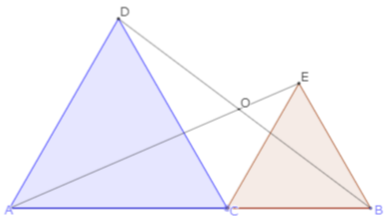
次の（1），（2）の各問いに答えなさい。
（1）正三角形を正方形に変えたときにも，AE＝DB はいつでも成り立つでしょうか。
（2）他の図形で AE＝DB になるものはあるでしょうか。「正三角形」や「正方形」をあなたなりに他の図形に変えて，AE＝DB になるものを探しましょう。</td></tr>
</table>

５．９時間目の目標

点 C を共有する正三角形 ACD と正三角形 CBE を，点 A，C，B がこの順に一直線上にあるように，線分 AB について同じ側にかき，点 A と E，点 D と B を結んだとき，AE＝DB になることの証明の方針を立てることができるとともに，その証明の方針をよみ，AE＝DB が成り立つ構造を捉えることができる。

６．９時間目のデザイン

主張する手立て

●教師の働きかけ　○子供の学習活動	◆留意点　※評価
１．ＡＥとＤＢの関係に気付く ●これから黒板にかく条件に合う図をノートにかき，かき終えた人からその図をロイロノートに提出しましょう。提出した人は，友だちがかいた図と自分がかいた図を見比べてみましょう。 「点 C を共有する正三角形 ACD と正三角形 CBE を，点 A，C，B が一直線上にあるように，線分 AB について同じ側にかきます。点 A と E，点 D と B を結ぶとき，」 ○かいた図が条件に合っているか考え合う。 **問題**　点 C を共有する正三角形 ACD と正三角形 CBE を，点 A，C，B が一直線上にあるようにし，線分 AB について同じ側にかきます。点 A と E，点 D と B を結ぶとき，線分 AE と DB にはどんな関係がありそうでしょうか。 ○おそらく AE＝DB。　○∠AOD の大きさがおそらく一定。 ●正三角形 ACD と正三角形 CBE がどんな大きさでも，いつでも AE＝DB になるといえるのかな？ ○証明しないと，いつでも，とはいえない。 **２．証明の方針を立てる** **課題**　点 C を共有する正三角形 ACD と正三角形 CBE を，点 A，C，B が一直線上にあるようにし，線分 AB について同じ側にかき，点 A と E，点 D と B を結ぶとき，AE＝DB になることを証明しよう。 ●黒板にかいた図は，条件に当てはまるすべての図の代表とします。仮定と結論は何かな？ ○仮定は，点 C を共有する正三角形 ACD と正三角形 CBE があること，点 A，C，B が一直線上にあること，２つの正三角形が線分 AB について同じ側にあること。結論は，AE＝DB になること。 ●自分なりに証明をかきましょう。 ○個人思考 ●仮定から結論が導けるように証明の方針を立てよう。結論は辺が等しいことをいいたいけれど，辺が等しいことをいうために，今まで何を示してきたのかな？ ○AE と DB が対応する辺になっている２つの三角形が合同であることがわかればいい。 ○△ACE と△DCB の合同を示せばよい。 ●△ACE と△DCB の辺や角について，等しいといえるものはあるかな？ ○正三角形 ACD だから，AC＝DC。	◆命題理解を進めるために，具体物を操作した後に，条件にあった図を自分なりにかく活動を取り入れる。 ◆条件を満たす図を複数見ながら，いろいろなパターンがあることを共有する。 ◆点 D と E の位置を間違う，正三角形が同じ側にないなどの図の誤りについては積極的に取り上げて，その誤りをきっかけにして条件を見直すように促す。  ◆仮定部をかいたプリントを配付する。 ◆生徒の反応に応じて，定規やコンパス，分度器を用いて長さや角度を確認することも考えられる。 ◆代表生徒に大型モニタや板書を指し示しながら見いだした性質を共有するように促す。 ◆証明する事柄を命題として板書し，課題を明確化する。 ◆仮定と結論を明確にする。 ◆まずは試行錯誤させるようにし，証明することの困難さを共有した上で，証明の方針を立てる文脈とする。 ◆証明の方針を立てるときには，「Ⅰ　結論である AE=DB を示すためには何がわかればよいか」「Ⅱ　着目した２つの三角形の辺や角についていえることは何か」「Ⅲ　ⅠとⅡを結び付ける

○正三角形 CBE だから，CE＝CB。
●あと何がわかれば，△ACE と△DCB の合同がいえるかな？
○AE＝DB を使えば合同がいえる。
○AE＝DB は結論だから使えない。
○∠ACE＝∠DCB がいえれば，合同であることを示せそう。
●∠ACE＝∠DCB といえるのかな？
①正三角形の 1 つの内角は 60°だから，∠ACD＝∠ECB＝60°。∠ACE＝∠ACD＋∠DCE＝60°＋∠DCE。∠DCB＝∠ECB＋∠DCE＝60°＋∠DCE。よって，∠ACE＝∠DCB といえる。
②正三角形の 1 つの内角は 60°だから，∠ACD＝∠ECB＝60°。∠ACE＝180°－∠ECB＝180°－60°＝120°。∠DCB＝180°－∠ACD＝180°－60°＝120°。よって，∠ACE＝∠DCB といえる。
③正三角形の 1 つの内角は 60°だから，∠CEB＝∠CBE＝60°。三角形の外角は，それと隣り合わない 2 つの内角の和に等しいから，∠ACE＝∠CEB＋∠CBE＝60°＋60°＝120°。正三角形の 1 つの内角は 60°だから，∠CDA＝∠CAD＝60°。三角形の外角は，それと隣り合わない 2 つの内角の和に等しいから，　∠DCB＝∠CDA＋∠CAD＝60°＋60°＝120°。よって，∠ACE＝∠DCB といえる。
●△ACE と△DCB の合同は示せそうかな？証明の方針を言葉で隣の人に伝えよう。うまく伝えられた人から，方針にしたがって，証明をかきましょう。
○口頭証明

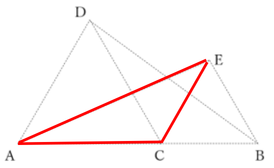
正答　△ACE と△DCB で，
△ACD は正三角形だから，AC＝DC・・・①
△CBE は正三角形だから，CE＝CB・・・②
正三角形の 1 つの内角は 60°だから，∠ACD＝∠ECB＝60°
∠ACE＝∠ACD＋∠DCE＝60°＋∠DCE,
∠DCB＝∠ECB＋∠DCE＝60°＋∠DCE,
よって，∠ACE＝∠DCB・・・③
①，②，③より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，△ACE≡△DCB
合同な図形の対応する辺は等しいから，AE＝DB

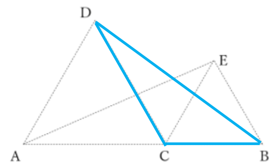
３．解決の結果や過程を振り返る
●次に何を考えるかな？
①∠AOD＝∠BOE＝60°になるかどうか。
②2 つの正三角形が線分 AB について同じ側にあるという条件を外しても AE＝DB になるかどうか。
③点 A，C，B が一直線上にあるという条件を外しても AE＝DB になるかどうか。
●点 A，C，B が一直線上にあるという条件を外しても AE＝DB になるかどうかの証明では変わるところはあるのかな？
○辺が等しいといえたところは変わらなそう。
○角が等しいといえたところは，証明の仕方は変わるかもしれないけど，等しいことは変わらなそう。
●条件を外したときに，証明のどこが変わってどこが変わらないのか，次の時間に学びましょう。この授業で大切だと思った考え方やまだよくわからないところは何だったかな？

まとめ　2 つの角度が等しいことをいうために，どの部分が共通した角になっているのか考えると証明することができた。仮定になっていたことを変えると，証明ではどこが変わって，どこが変わらないのかがまだわからない。

には，あと何がいえればよいか」の順に考えるように促す。

◆次の図を用いて，AE と DB が対応する辺になっている 2 つの三角形に着目するように促す。

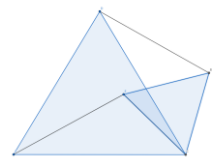




◆∠ACE＝∠DCB が成り立つことに納得できない生徒の困り感を顕在化させ，話合いの中で全生徒が納得できるように，指名計画を立て，話合いの記録を板書する。
◆式を引き出し，式の意味を解釈するように促す。
※思①　行動観察

◆教科書 P.177 でのおさえを確認する。

◆③について，GeoGebra で条件に合った図を観察するように促す。



など

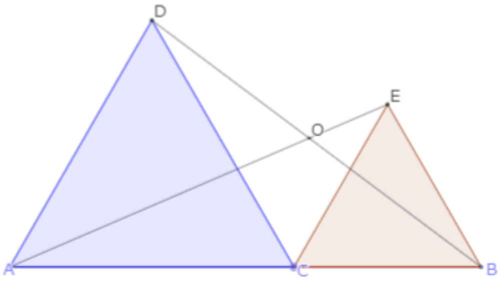
◆はじめに見いだした図形の性質を振り返ったり，証明した事柄の条件を変更したりして，考え続けられるように促し，次時の学びにつなげる。
※思②　行動観察，ノート

７．１０時間目の目標

点Ｃを共有する正三角形ACDと正三角形CBEを，点Ａ，Ｃ，Ｂが一直線上にあるように，線分ABについて同じ側にかき，点ＡとＥ，点ＤとＢを結んだとき，AE＝DBであることの証明を振り返り，それに基づいて問題の条件である「点Ａ，Ｃ，Ｂが一直線上にある」を外した場合にも，AE＝DBが成り立つ構造を捉えることができる。

８．１０時間目のデザイン

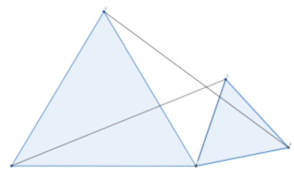
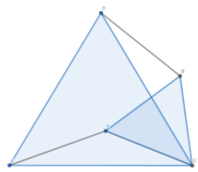
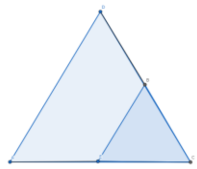
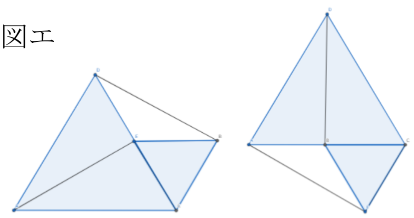
<table>
<tr><th>●教師の働きかけ　○子供の学習活動</th><th>◆留意点　※評価</th></tr>
<tr><td>１．２つの正三角形の図形に潜む性質を見いだす</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">
【前の時間の課題】
「点Ｃを共有する正三角形ACDと正三角形CBEを，点Ａ，Ｃ，Ｂが一直線上にあるようにし，線分ABについて同じ側にかき，点ＡとＥ，点ＤとＢを結ぶとき，AE＝DBになる」はいつでも成り立つのかな？このことを証明しよう。

【前の時間の証明】
△ACEと△DCBで，
△ACDは正三角形だから，AC＝DC・・・①
△CBEは正三角形だから，CE＝CB・・・②
正三角形の１つの内角は60°だから，∠ACD＝∠ECB＝60°，
∠ACE＝∠ACD＋∠DCE＝60°＋∠DCE,
∠DCB＝∠ECB＋∠DCE＝60°＋∠DCE,
よって，∠ACE＝∠DCB・・・③
①，②，③より，２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△ACE≡△DCB
合同な図形の対応する辺は等しいから，AE＝DB


</td></tr>
<tr><td>
●前の時間に「点Ａ，Ｃ，Ｂが一直線上にあるという条件を外してもAE＝DBになるかどうか」考えるという方がいましたね。証明した事柄の条件は，点Ｃを共有する正三角形ACDと正三角形CBEがあること，点Ａ，Ｃ，Ｂが一直線上にあること，２つの正三角形が線分ABについて同じ側にあること，でしたが，点Ａ，Ｃ，Ｂが一直線上にあること，は証明で使っていたかな？
○使ってない。
●証明で使っていない条件を外しても，AE=DBは成り立つのかな？
○わからない。証明してみたほうがよい。

問題・課題　点Ｃを共有する正三角形ACDと正三角形CBEをかき，点ＡとＥ，点ＤとＢを結ぶとき，AE＝DBになることを証明することはできるかな？

２．見いだした図形の性質を場合分けして証明する
①（図アを指して）この場合だったら，前の時間の証明と同じでよい。
●正三角形CBEはどこであっても前の時間の証明と同じで，AE=DBになることは証明できるのかな？前の時間の証明と同じにはならなそうなときはどんなときか，GeoGebraを使って調べてかきだしてみよう。
②（図イを指して）正三角形が重なったら違うかも。
③（図ウを指して）点ＥがAC上，点ＢがDC上だったら，着目した三角形がなくなるから違うかも。

④（図エを指して）点ＥがDC上や点ＢがAC上だったら，２組の辺の間の角が60°だから違うかも。
</td><td>
◆結論 AE＝DB が成り立つためには，AC＝DC，CE＝CB，∠ACE＝∠DCB を満たせばよいことから，「一直線上」という条件を外しても同じ結論が成り立つと考える生徒がいた場合は取り上げる。
図ア

◆GeoGebra で観察するように促す。
図イ　図ウ


図エ

</td></tr>
</table>

⑤（図オを指して）正三角形 BCE が下側だったら違うかも。

⑥（図カを指して）点 A，C，B が一直線上にあるときは，着目した三角形がなくなるから違うかも。

●図イからカまでの場合について，グループで分担してそれぞれ証明をかきましょう。

【図イ】
△ACE と△DCB で，
△ACD は正三角形だから，AC＝DC・・・①
△CBE は正三角形だから，CE＝CB・・・②
正三角形の１つの内角は 60°だから，∠ACD＝∠ECB＝60°，
∠ACE＝∠ACD－∠DCE＝60°－∠DCE,
∠DCB＝∠ECB－∠DCE＝60°－∠DCE,
よって，∠ACE＝∠DCB・・・③
①，②，③より，２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△ACE≡△DCB
合同な図形の対応する辺は等しいから，AE＝DB

【図オ】
△ACE と△DCB で，
△ACD は正三角形だから，AC＝DC・・・①
△CBE は正三角形だから，CE＝CB・・・②
正三角形の１つの内角は 60°だから，∠ACD＝∠ECB＝60°，
∠DCB＝∠ACD＋∠ACB＝60°＋∠DCE,
∠ACE＝∠ECB＋∠ACB＝60°＋∠ACB,
よって，∠ACE＝∠DCB・・・③
①，②，③より，２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△ACE≡△DCB
合同な図形の対応する辺は等しいから，AE＝DB

【図ウ】
△ACD は正三角形だから，AC＝DC
△CBE は正三角形だから，CE＝CB
AE＝AC－CE，DB＝DC－CB
よって，AE＝DB

【図カ】
△ACD は正三角形だから，AC＝DC
△CBE は正三角形だから，CE＝CB
AE＝AC＋CE，DB＝DC＋CB
よって，AE＝DB

●「前の時間の証明」と「図アからカまでの場合の証明」を比べると，どの部分が変わっているといえそうかな？

○∠ACE と∠DCB のところが変わっている。∠ACE と∠DCB は，他の角の組合わせでつくられている。図ウとカは，∠ACE と∠DCB の大きさが 0°になったから三角形がなくなった。

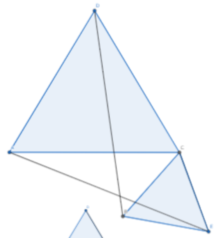
３．解決の結果と過程を振り返る

●ここまで学んだことを振り返ると，なぜ，いつでも AE＝DB になるといえるのか，証明を見比べてどんな仕組みになっているのか説明しよう。

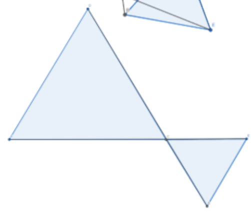
まとめ　いつでも AE＝DB になるのは，△ACE≡△DCB が成り立つからで，△ACE≡△DCB は，AC=DC，CE=CB，∠ACE＝∠DCB から，２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいという合同条件から成り立つという仕組みになっている。図ウとカは，∠ACE と∠DCB の大きさが 0°になって三角形がなくなる特殊な場合といえる。

●前の時間に「正三角形という条件を外してほかの図形に変えても AE＝DB になるかどうか」考えるという方がいましたね。正三角形という条件を外しても，AE＝DB は成り立つのかな？

図オ



図カ



◆観察することを通して，だんだんと証明の∠ACE と∠DCB の部分だけが変わっていることに気付けるように促す。

◆Google スライドで，図イからカまでの場合についての証明を共有する。

【図エ】
△ACE と△DCB で，
△ACD は正三角形だから，AC＝DC・・・①
△CBE は正三角形だから，CE＝CB・・・②
正三角形の１つの内角は 60°だから，∠ACD＝∠ECB＝60°より，
∠ACE＝60°，∠DCB＝60°，
よって，∠ACE＝∠DCB・・・③
①，②，③より，２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△ACE≡△DCB
合同な図形の対応する辺は等しいから，AE＝DB

◆前の時間の証明の記述と条件を変えたときの証明の記述について，共通点と相違点を考えさせることを通して，証明の構造に目を向けられるように促す。

◆解決の過程を振り返ることを通して，AE＝DB が成り立つ構造の本質である「視点」を捉えられるようにする。

◆証明から構造を探る生徒，図から構造を探る生徒の順に指名する。

※思②　ノート

◆図を示し，数学の拡がりが生徒に見えるようにし，単元末の学習につなげる。

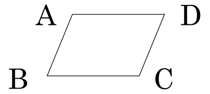
◆単元末の学習では，AE＝DB になる他の図形はあるか考えていく。このとき，本時で捉えた「視点」を使って命題を拡張する活動をねらう。

９．１２時間目の目標

・平行四辺形の定義をもとにして，平行四辺形の２組の対辺は，それぞれ等しいことの証明の方針を立てることができる。

・証明で辺が等しいことを示すために，それらを対応する辺にもつ合同な三角形の組がみつからない場合には，そのような三角形をつくればよいことを見いだすことができる。

１０．１２時間目のデザイン

<table>
<tr><th>●教師の働きかけ　○子供の学習活動</th><th>◆留意点　※評価</th></tr>
<tr><td>
１．平行四辺形の特徴を見いだす
●２組の向かい合う辺がそれぞれ平行な四角形 ABCD（AB//DC，AD//BC）をノートに書こう。
○右図など
●このような四角形の名前は何だったかな？
○平行四辺形。
●四角形の向かい合う辺を対辺，向かい合う角を対角といいます。２組の対辺がそれぞれ平行な四角形を平行四辺形といいます（定義）。また，平行四辺形 ABCD を▱ABCD と書くことがあります。
問題　▱ABCD にはどんな特徴があるでしょうか。
①２組の対辺はそれぞれ等しくなる。（AD＝BC，AB＝DC）
②２組の対角はそれぞれ等しくなる。（∠A＝∠C，∠B＝∠D）
③２本の対角線がそれぞれの中点で交わる。
（AO＝CO，BO＝DO）
④となり合う角の和は 180°になる。
（∠A＋∠B＝180°，∠C＋∠D＝180°）
⑤点対称な図形。
２．証明の必要性に気付く
●皆さんのノートの図の平行四辺形 ABCD は形や大きさがバラバラなのに，いつでも２組の対辺の長さは等しくなるといえるのかな？
○たぶんいえる。小学校のときに学んだ。実際に測っても等しくなっている。
●実際にいくつかの図について測っただけで，いつでも等しいといえるのかな？
○証明しないと，いつでも，とはいえない。
●証明する事柄を，「～ならば…」という形で表すと，どのように表せるのかな？
①四角形 ABCD が平行四辺形ならば，２組の対辺はそれぞれ等しい。
②四角形 ABCD で，AB//DC，AD//BC ならば，AB＝DC，AD＝BC になる。
課題　四角形 ABCD が AB//DC，AD//BC ならば，AB＝DC，AD＝BC になることを証明することはできるかな？
３．証明の方針を立てる
●黒板にかいた図は，条件に当てはまるすべての図の代表とします。仮定と結論は何かな？
○仮定は，AB//DC，AD//BC。結論は，AB＝DC，AD＝BC。
●では，自分なりに証明を書こう。
○個人思考
●仮定から結論が導けるように証明の方針を立てよう。何に困っているのかな？
○どうしたらいいかわからない。
●結論は辺が等しいことをいいたいけれど，辺が等しいことをいうために，今まで何を示してきたのかな？
○AD＝BC，AB＝DC を証明するためには，それらをふくむ三角
</td><td>
◆条件を満たす図を，自分なりにノートにかかせつつ，教師も代表としての図を板書する。


◆平行四辺形の定義，対辺，対角の用語については教える。
◆小学校の学習を振り返ったり，実測したりして，特徴を引き出していく。
◆③～⑤の考えについては，無理に取り扱わない。
◆ここで引き出した特徴を小単元の学習で証明していく文脈としたい。
◆周囲の生徒とかいた平行四辺形を比較させ，いつでも２組の対辺の長さは等しくなるといえるのか問いかける。
◆証明は，命題が常に成り立つことを明らかにする方法であることを理解できるように働きかける。
◆②の発言が引き出されない場合は，「①の事柄を式で表すと，どのように表せるのかな？」と問う。
◆仮定と結論を明確にする。
◆まずは試行錯誤させるようにし，証明をすることの困難さを共有した上で，証明の方針を立てる文脈とする。
◆自分なりに立てた方針と，全体で立てた方針はノートに書き分けるように伝える。
◆生徒の困り方を共有し，結論を
</td></tr>
</table>

形が合同であることがわかればいい。
〇三角形がみつからない場合どうすればよいのかわからない。
〇三角形がみつからないなら，つくればいい。
●どんな補助線を引けばよさそうかな？自分なりに補助線を引いて証明の方針を立てよう。
①対角線 AC を引いたら証明できそう。
②対角線 BD でも証明できそう。
③対角線 AC，BD でもできるのかな。
●どうして AC を引こうと思ったのかな？
〇AD と BC，AB と DC を含む△ABC と△CDA の合同を示せばよいと考えて，その２つの三角形をつくるために引いた。
●△ABC と△CDA の合同を証明するために，仮定から等しいといえそうなところはどこかな？
〇平行線の錯角は等しいから，AB//DC より，
∠BAC＝∠DCA・・・①
〇平行線の錯角は等しいから，AD//BC より，
∠BCA＝∠DAC・・・②
●あとは何がいえればよいのかな？
〇AC は共通・・・③
〇１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから△ABC≡△CDA。合同な図形の対応する辺は等しいから AB＝DC，AD＝BC。
●他の補助線を引いても証明できるのかな？
〇対角線 BD を引いた。
●BD を引いた場合は AC を引いた証明と全然違う証明になるのかな？
〇ほとんど同じ。
〇対角線 AC, BD を引いた。AD と BC, AB と DC を含む△AOB と△COD の合同を示せばよいと考えた。
〇△AOB と△COD の合同を示すためには，仮定の AB//DC，AD//BC を使って，平行線上の錯角の性質が使えそうだ。
〇等しい辺の組をみつけることができない。
●ここまでを振り返ると，どの補助線を引けば証明できそうかな？
〇対角線 AC か BD を引けばできそう。
●対角線 AC を引いて考えれば証明の方針を立てられましたね。証明の方針を基に，証明の流れを言葉で隣の人に伝えよう。うまく伝えられた人から，方針にしたがって証明をかこう。
〇口頭証明

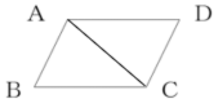
４．解決の結果や過程を振り返る

●AB＝DC，AD＝BC が導けたということは，平行四辺形のどんな特徴がいつでも成り立つことが導けたのかな？
〇平行四辺形の２組の対辺はそれぞれ等しいということがいつでも成り立つことが導けた。
●証明できたので，今後は根拠として使えます。教科書でも確認しましょう。ここまで学んだことを振り返ると，四角形 ABCD が AB//DC，AD//BC ならば， AB＝DC，AD＝BC になることを証明するときに大切だと思った考え方は何だったかな？黒板写真の大切だと思った考え方のところにマークを入れて，アプリに提出しよう。（指名して理由を問う）

まとめ　辺が等しいことを示すために，三角形がみつけられなかったら，自分で補助線を引いて結論を含む三角形をつくることが大切。

●今日の授業では平行四辺形の定義から，平行四辺形の性質を１つ証明することができました。図で示すと次の通りです（右図）。ところで，先ほどの証明から，はじめにあげた特徴について，他に示せたことはないのかな？

導くためには三角形をつくる必要があることを引き出し，補助線のよさの実感につなげる。
◆まずは対角線 AC を引いた方針を学級全体で練っていくように促す。



◆AC を引いた理由を問い，発想の源を引き出していき，AC を引く考えがもつよさを顕在化する。生徒の実態によっては，AC を引くことは，△ABC と△CDA をつくることだけでなく，それらにおいて共通する辺をもつくることを意味することにも気付かせてもよい。
◆何のために三角形の合同を示そうとしているのか問い返す。
◆試行錯誤しながら方針を立てていくようにする。その際，生徒の困り感を顕在化させ，話合いの中で全生徒が納得できるように，指名計画を立て，話合いの記録を板書する。特に，どの辺が平行であることを用いて角が等しいことがいえたのかの対応関係について困り感をもつ生徒が多いので，丁寧に確認する。
◆BD を引いた場合の証明の方針を立てる中で，AC，BD どちらでも同様に証明できることに気付かせたい。
◆補助線のよさを顕在化するために，別の考えと比較する活動を取り入れる。特に，AC を引く必要性を明確にするために，言わば“そうでない考え”と比較する活動を取り入れる。
※思①　行動観察

◆証明を書くことに時間は割かず，宿題とする。
◆定理「平行四辺形の２組の対辺はそれぞれ等しい」をまとめる。その際，今後は「根拠として使える」ことを伝える。また，教科書でのおさえも確認する。

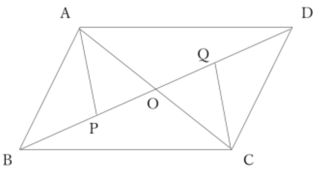
※思②　行動観察

◆図を示し，小単元末の振り返りで命題をつなげて考える契機とする。

１１．１４時間目の目標

▱ABCD の対角線の交点を O とし，線分 OB，OD 上に，BP＝DQ となる点 P，Q をそれぞれとるとき AP＝CQ になることの証明の方針を立てることができる。

１２．１４時間目のデザイン

●教師の働きかけ　○子供の学習活動	◆留意点　※評価
１．ＡＰとＣＱの関係に気付く ●これから黒板にかく条件に合う図をノートにかき，かき終えた人からその図をロイロノートに提出しましょう。提出した人は，友だちがかいた図と自分がかいた図を見比べてみましょう。 「▱ABCD の対角線の交点を O とし，線分 OB，OD 上に，BP＝DQ となる点 P，Q をそれぞれとり，点 A と P，点 C と Q を結ぶとき，」 ○かいた図が条件に合っているか考え合う。 **問題**　▱ABCD の対角線の交点を O とし，線分 OB，OD 上に，BP＝DQ となる点 P，Q をそれぞれとります。 このとき，線分 AP と CQ にはどんな関係がありそうでしょうか。 ①おそらく AP＝CQ。②AP//CQ かもしれない。 ●いつでも AP＝CQ になるといえるのかな？ ○証明しないと，いつでも，とはいえない。 **課題**　▱ABCD の対角線の交点を O とし，線分 OB，OD 上に，BP＝DQ となる点 P，Q をそれぞれとるとき，AP＝CQ になることを証明することはできるかな？ ２．証明の方針を立てる ●黒板にかいた図は，条件に当てはまるすべての図の代表とします。仮定と結論は何かな？ ○仮定は，四角形 ABCD は平行四辺形であること，線分 OB，OD 上に，BP＝DQ となる点 P，Q をそれぞれとること。結論は，AP＝CQ になること。 ●仮定から結論が導けるように証明の方針を立てよう。結論は辺が等しいことをいいたいけれど，辺が等しいことをいうために，今まで何を示してきたのかな？ ○AP と CQ が対応する辺になっている２つの三角形が合同であることがわかればいい。 ●どの２つの三角形に着目すればよいのかな？ ①△ABP と△CDQ の合同を示せばよい。 ②△APO と△CQO の合同を示せばよい。 ●まず，△ABP と△CDQ に着目しよう。△ABP と△CDQ の辺や角について，等しいといえるものはあるかな？ ○仮定から，BP＝DQ。 ○仮定から四角形 ABCD は平行四辺形で，平行四辺形の２組の対辺はそれぞれ等しいから，AB＝CD。 ●あと何がわかれば，△ABP と△CDQ の合同がいえるかな？ ○AP＝CQ を使えば合同がいえる。 ○AP＝CQ は結論だから使えない。 ○∠ABP＝∠CDQ がいえれば，合同であることを示せそう。 ●∠ABP＝∠CDQ といえるのかな？ ○平行線の錯角は等しいから，∠ABP＝∠CDQ。 ○どの平行線を使ったのかな？ ○AB//DC，平行四辺形の２組の対辺はそれぞれ平行だから。 ●△ABP と△CDQ の合同は示せそうかな？証明の方針を言葉で	◆命題理解を進めるために，条件にあった図を自分なりにかく活動を取り入れる。 ◆ロイロノート・スクールで条件を満たす図を複数見ながら，いろいろなパターンがあることを共有する。 ◆図の誤りについては積極的に取り上げて，その誤りをきっかけにして条件を見直すように促す。  ◆GeoGebra で条件に合った図を観察するように促す。 ◆生徒の反応に応じて，定規やコンパスを用いて長さを確認することも考えられる。 ◆証明する事柄を命題として板書し，課題を明確化する。 ◆仮定と結論を明確にする。 ◆まずは試行錯誤させるようにし，証明することの困難さを共有した上で，証明の方針を立てる文脈とする。 ◆ロイロノート・スクールで着目した２つの三角形を示すように促す。 ◆証明の方針を立てるときには，「Ⅰ　結論である AP=CQ を示すためには何がわかればよいか」「Ⅱ　着目した２つの三角形の辺や角についていえることは何か」「Ⅲ　ⅠとⅡを結び付けるには，あと何がいえればよいか」の順に考えるように促す。 ◆次の図を用いて，対応する辺になっている２つの三角形に着目するように促す。 △ABP と△CDQ の合同を示す

隣の人に伝えよう。

○口頭証明

> 正答　△ABP と△CDQ で，
> 仮定より，BP＝DQ・・・①
> 平行四辺形の２組の対辺はそれぞれ等しいから，AB＝CD・・・②
> 平行四辺形の２組の対辺はそれぞれ平行だから，AB//CD
> 平行線の錯角は等しいから，∠ABP＝∠CDQ・・・③
> ①，②，③より，２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
> △ABP≡△CDQ
> 合同な図形の対応する辺は等しいから，AP＝CQ

●今度は，△APO と△CQO の合同を示せばよいことに着目しよう。△APO と△CQO の辺や角について，等しいといえるものはあるかな？

○仮定から四角形 ABCD は平行四辺形で，平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから，OA＝OC。

○対頂角は等しいから，∠AOP＝∠COQ。

●あと何がわかれば，△APO と△CQO の合同がいえるかな？

○PO＝QO がいえれば合同であることが示せそう。

●△APO と△CQO の合同は示せそうかな？証明の方針を言葉で隣の人に伝えよう。

○口頭証明

> 正答　△APO と△CQO で，
> 平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから，OA＝OC・・・①
> 対頂角は等しいから，∠AOP＝∠COQ・・・②
> 平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから，OB＝OD
> 仮定より，BP＝DQ
> よって，OB－BP＝OD－DQ
> OB－BP＝PO，OD－DQ＝QO だから，PO＝QO・・・③
> ①，②，③より，２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
> △APO≡△CQO
> 合同な図形の対応する辺は等しいから，AP＝CQ

●△ABP と△CDQ，△APO と△CQO の合同を示す証明の方針の順で，証明の方針に基づいて証明しましょう。

○記述証明

●（右の不十分な証明を示して）この証明でよいのかな？

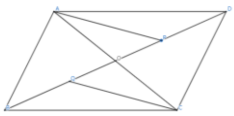
○根拠が抜けている。

○この証明を修正すれば証明がかけそう。

３．解決の結果と過程を振り返る

●この証明から，平行四辺形が対角線の交点を対称の中心とする点対称な図形であるという見方もできます。次に何を考えるかな？

①点 P が OD 上，Q が OB 上でも AP＝CQ になるかどうか。



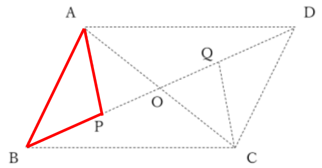
②点 P が OB の延長線上，Q が OD の延長線上でも AP＝CQ になるかどうか。

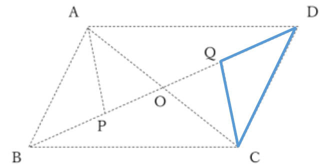
③AP//CQ になることが証明できるかどうか。

④三角形以外の図形に着目して，証明することができるかどうか。

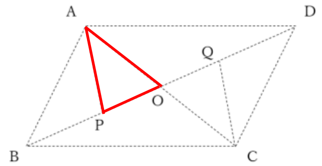
●この授業で大切だと思った考え方やまだよくわからないところは何だったかな？

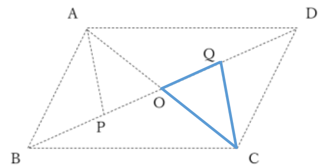
> **まとめ**　すでに正しいと認められた事柄である平行四辺形の性質を根拠として，証明することができた。





△APO と△CQO の合同を示す





◆ロイロノート・スクールで根拠が抜けている不十分な証明を示す。

> 不十分な証明
> △ABP と△CDQ で，
> BP＝DQ・・・①
> AB＝CD・・・②
> ∠ABP＝∠CDQ・・・③
> ①，②，③より，
> △ABP≡△CDQ
> AP＝CQ

※思①　行動観察，ノート

◆教科書 P.161 でのおさえを確認する。

◆小６の教科書を見せて，点対称な図形とした見方に触れる。

◆証明した事柄の条件を変更したり，着目する図形を変えたりして考え続けられるように促し，これからの学びにつなげる。

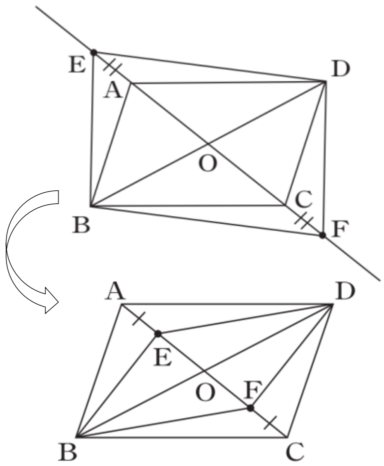
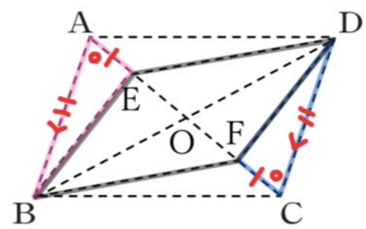
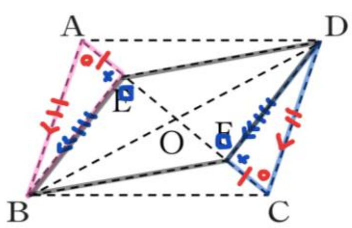
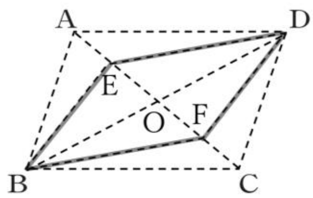
> **宿題**　△APO と△CQO の合同を示す証明の方針に基づいて，AP＝CQ になることを証明しよう。

１３．１７時間目の目標

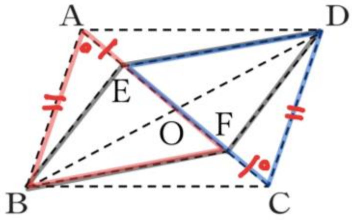
▱ABCD の対角線の交点を O とし，線分 OA，OC 上に，AE=CF となる点 E，F をそれぞれとるとき，四角形 EBFD は平行四辺形になることを，平行四辺形になるための条件を基にして証明できる。

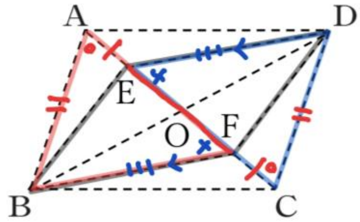
１４．１７時間目のデザイン

主張する手立て

●教師の働きかけ　○子供の学習活動	◆留意点　※評価
１．成り立つ事柄を予想する ●（「▱ABCD の対角線の交点を O とし，線分 OA，OC 上に，AE=CF となる点 E，F をそれぞれとるとき，四角形 EBFD は」まで板書した上で）条件に合う図はこれでよいのかな？ ○かいた図が条件に合っているか考え合う。 **問題**　▱ABCD の対角線の交点を O とし，線分 OA，OC 上に，AE=CF となる点 E，F をそれぞれとるとき，四角形 EBFD はどんな四角形になるでしょうか。 ①平行四辺形　（②長方形　③ひし形　④正方形） ●いつでも平行四辺形になるといえるのかな？ ○証明しないと，いつでも，とはいえない。	◆命題理解を進めるために，条件に合わない図を見せて，仮定を意識した図を自分なりにかく活動を取り入れる。いろいろな図があることを共有する。 
課題　▱ABCD の対角線の交点を O とし，線分 OA，OC 上に，AE=CF となる点 E，F をそれぞれとるとき，四角形 EBFD が平行四辺形になることを証明しよう。	◆証明する事柄を命題として板書し，課題を明確化する。
２．証明の方針を立てて，その方針をもとに証明する ○個人思考 ●仮定と結論は何かな？ ○仮定は，四角形 ABCD は平行四辺形であることと AE＝CF。結論は，四角形 EBFD は平行四辺形になること。	◆まずは試行錯誤させるようにし，証明することの困難さを共有した上で，証明の方針を立てる文脈とする。
●仮定から結論が導けるように，図を使って証明の方針を立てよう。証明の結論は四角形 EBFD が平行四辺形になるだけれど，平行四辺形になることをいうために，今まで何を示してきたのかな？ ○平行四辺形になるための条件を使えばよさそう。 ①△ABE≡△CDF を示す 	◆図を使って証明の方針を示すように促す。  ◆証明の方針を立てるときには，「Ⅰ　結論を示すためには何がわかればよいか」「Ⅱ　辺や角についていえることは何か」「Ⅲ　ⅠとⅡを結び付けるには，あと何がいえればよいか」の順に考

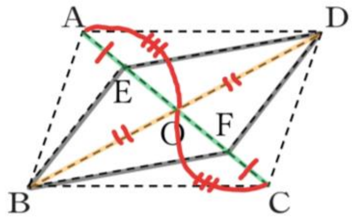
②△ABF≡△CDE を示す

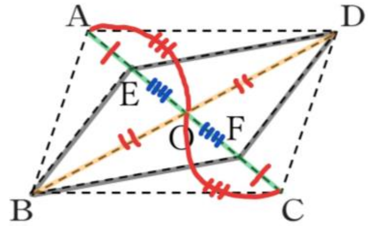




えるように促す。

③三角形の合同を使わずに示す





● (③について，証明に使いそうな等しい辺のところに磁石を置かせた上で) この辺が等しいことを使えば，２組の対角線がそれぞれの中点で交わる四角形は平行四辺形になるにつながるみたいだけどつながるかな？

◆③の考えから取り上げる。

○四角形 ABCD は平行四辺形で，平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから，OB＝OD，OA＝OC。

○仮定から，AE＝CF。　○OA－AE＝OC－CF。

○これで，２組の対角線がそれぞれの中点で交わる四角形は平行四辺形になるにつながる。

●③の証明もかけそうかな？ ③の証明の方針を言葉で隣の人に伝えよう。伝えた人から，証明をノートにかこう。

○口頭証明，記述証明

● (不十分な証明を取り上げて) この証明でよいのかな？

証明　平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから，

　　OB＝OD　　…①

　　OA＝OC　　…②

仮定より，

　　AE＝CF　　…③

②，③より，

　　OA－AE＝OC－CF　　…④

④より，

　　OE＝OF　　…⑤

①，⑤より，

対角線がそれぞれの中点で交わるから，四角形 EBFD は平行四辺形である。

◆「平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから，」「対角線がそれぞれの中点で交わるから，」の部分が抜けた，不十分な証明を引き出し，よりよい証明を考え合うように促す。

◆代表生徒に証明を黒板に書くように促す。

※思①　ノート

３．解決の結果と過程を振り返る

●この授業で大切だと思った考え方やまだよくわからないところは何だったかな？

まとめ　すでに正しいと認められた事柄である平行四辺形になるための条件を根拠として，証明することができた。

●①（または②）の方針で証明しよう。

◆ロイロノート・スクールで，黒板の写真に，大切だと思った考え方やまだよくわからないところを示すように促す。

◆③で証明をした後，①または②の方針による証明を宿題として取り扱う。

１５．算数・数学科における主張

(1)　算数・数学科における「深い学び」の具現に向けて影響力を発揮し合う「学び合い」

算数・数学科における「深い学び」とは,「数学に関わる事象や，日常生活や社会に関わる事象について，数学的な見方・考え方を働かせ，数学的活動を通して，新しい概念を形成したり，よりよい方法を見いだしたりするなど，新たな知識・技能を身に付けてそれらを統合し，思考，態度が変容する」（文部科学省，2018）学びである。「「深い学び」の具現に向けた影響力」を発揮した子供の様相については，子供の数学的な見方・考え方を働かせた様相，すなわち事象を数量や図形及びそれらの関係についての概念等に着目してその特徴や本質を捉えて表現した様相や，目的に応じて数，式，図，表，グラフ等を活用しつつ，論理的に考え，問題解決の過程を振り返るなどして既習の知識及び技能を関連付けながら，統合的・発展的に考えて表現した様相と捉えている。

授業で目標達成のために，「「深い学び」の具現に向けた影響力」を発揮し合う「学び合い」が必要となる場面は，図の「問題発見・解決の過程」（文部科学省，2018）と考える。湊（1999）が述べる「知識は普遍的，客観的なものではなく主観的，個人的なものである。個人的知識を学級などにおいて練り合い，練り上げることは，社会的相互作用論によって支持されている。子どもの主体的活動のもとで知識は協働によって変容を遂げ，広い客観性を獲得する。練り合い，練り上げは知識の普遍化を達成する。練り合い，練り上げの活動を通して，個人で構成した知識の意味を明確化し，この知識と他の子どもが構成した知識との異同，自分の知識の特徴などが明確になる」からも，個人の資質・能力は，問題発見・解決の過程における「学び合い」によって確かなものとなると考える。

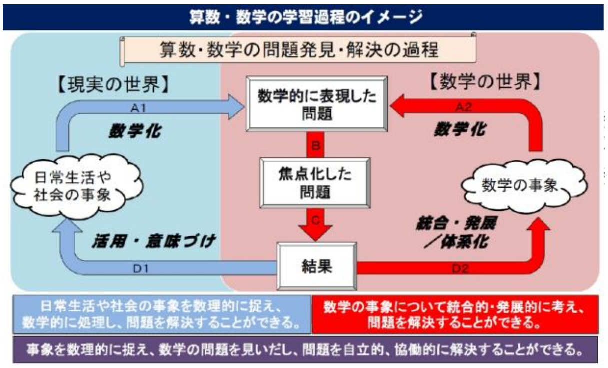


図　算数・数学の問題発見・解決の過程

主張する手立て

① 個人思考時に，より多くの子供が問題発見・解決に取り組めるようにする

② 集団思考時に，授業の目標達成に迫れるように子供同士の話合いを促進する

問題発見・解決の過程では，各場面における個人思考や集団思考の時間を充実させることが大切である。具体的には，適切に設定した授業の目標を細分化して，目標を達成した子供の様相および目標達成に向かう子供の様相を想定した上で，次の 2 つの手立て（例えば，早勢，2020；釧路市教育委員会，2022；水谷，2022；水谷他）を講じることとする。

①　個人思考時に，より多くの子供が問題発見・解決に取り組めるようにする

・誤りを提示して，改善させる。
・問題解決過程の途中までを提示して，続きを考えさせる。
・問題解決の結果を提示して，逆向きに考えさせる。
※個人思考の途中でこれらを板書や端末で提示（部分提示）し，考える部分を焦点化した発問を位置付ける。

個人思考時には,「数学的な表現を柔軟に用いて相互に関連付け，説明し合う集団思考を想定し，自分の考えや気付きをノートにメモさせる。」,「机間指導で子供の考えを把握し指名計画を立てる。」,「教師の意図的な「つぶやき」をする。」といった働きかけも大切にする。

②　集団思考時に，授業の目標達成に迫れるように子供同士の話合いを促進する

・異なる考えを比較検討させる。
・同じ考えの異なる表現を比較検討させる。
・不完全な事柄・事実の説明や方法・手順の説明，理由の説明を改善させる。
※集団思考でこれらについて板書や端末で表現された考えの意図を読み取らせたり，続きを考えさせたりして，表現した子供とは違う子供に説明（他者説明）させて共有する。
・子供の発言を止めたり，問い返したりしながら強調，確認して，立ち止まる瞬間をつくる。
・授業の目標に迫る考えのキーワードや，重要な箇所に矢印，下線や囲みを目立つように板書して，「見方・考え方」を顕在化する。
・授業の目標に迫る考えが出ないときは，教科書を活用，子供に考えを読み取らせ説明させる。

(2)　９時間目の授業の主張点

授業の主張点

①　結論を導くために用いられている条件や根拠に着目しながら証明をよみ，その仕組みを捉えることができるようにする

②　問題の条件を変えて，発展的に考え，もとの命題の証明を参考にして，発展的に考えた命題を証明するきっかけをつかめるようにする

平成 22 年度の全国学力・学習状況調査中学校数学Ｂ 4 では，次のような問題が出題されており，その結果が公表されている。

4　次の**問題１**は，下のように証明できます。

問題１

図１のように，AB＝ACの二等辺三角形ABCの辺AB，辺AC上にAD＝AEとなる点D，点Eをそれぞれとります。
このとき，BE＝CDとなることを証明しなさい。

図１

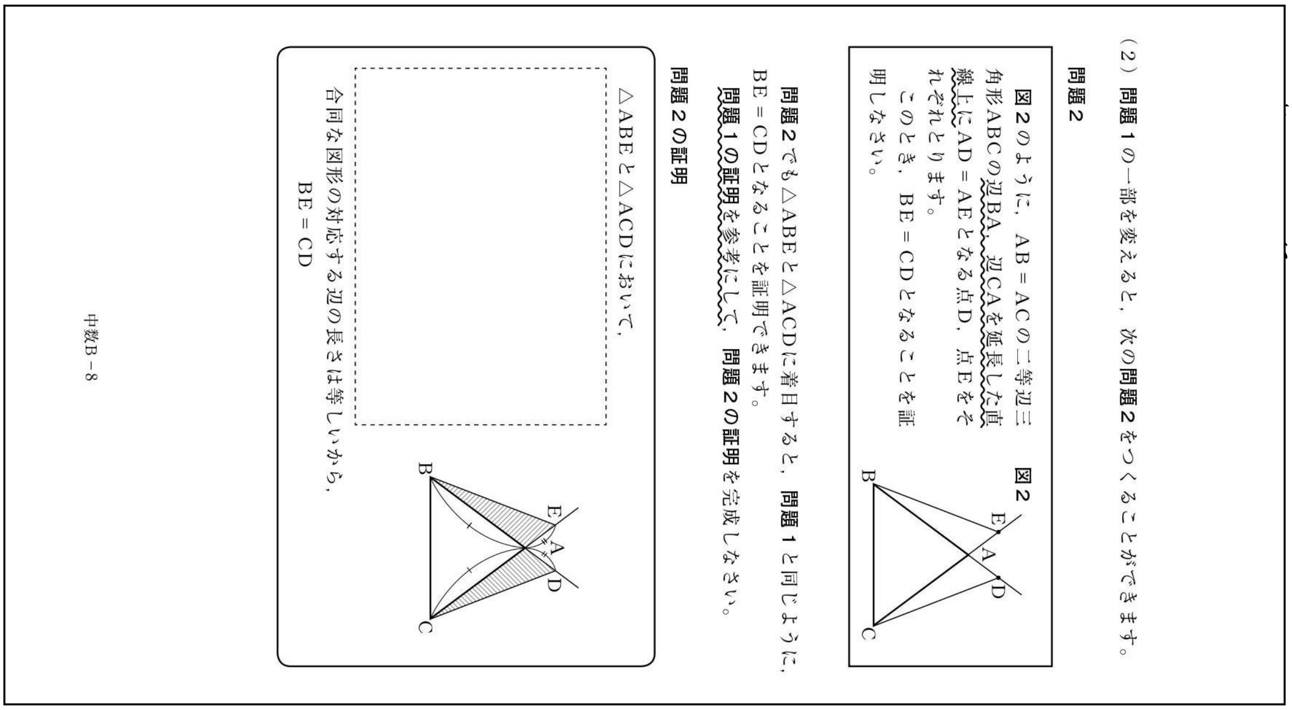
問題１の証明

△ABEと△ACDにおいて，
仮定から，
AB＝AC　……①
AE＝AD　……②
共通な角だから，
∠BAE＝∠CAD　……③
①，②，③より，
２辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△ABE≡△ACD
合同な図形の対応する辺の長さは等しいから，
BE＝CD

次の(１)，(２)の各問いに答えなさい。

(１) **問題１の証明**では，「２辺とその間の角がそれぞれ等しい。」という三角形の合同条件が用いられています。この合同条件を用いるとき，△ABEと△ACDの対応する２辺の間の角が等しいことを表しているのは，上の証明のどの部分ですか。その部分を書きなさい。

中数Ｂ－７



(２) **問題１**の一部を変えると，次の**問題２**をつくることができます。

問題２

図２のように，AB＝ACの二等辺三角形ABCの辺BA，辺CAを延長した直線上にAD＝AEとなる点D，点Eをそれぞれとります。
このとき，BE＝CDとなることを証明しなさい。

図２

問題２でも△ABEと△ACDに着目すると，**問題１**と同じように，BE＝CDとなることを証明できます。
問題１の証明を参考にして，**問題２の証明**を完成しなさい。

問題２の証明

△ABEと△ACDにおいて，

合同な図形の対応する辺の長さは等しいから，
BE＝CD

中数Ｂ－８

解答類型と反応率

問題番号		解答類型		反応率(%)	正答
4	(1)	1	∠BAE＝∠CAD　と解答しているもの (「共通な角だから」を加えて書いていたり，「③」と解答していたりするものを含む。以下同様。)	48.8	◎
		2	BAE＝CAD　と解答しているもの	0.1	○
		3	AB＝AC，AE＝AD，∠BAE＝∠CAD　と解答しているもの	9.1	
		4	AB＝AC　と解答しているもの または， AE＝AD　と解答しているもの	7.3	
		5	BE＝CD　と解答しているもの	1.5	
		6	△ABE≡△ACD　と解答しているもの	3.7	
		9	上記以外の解答	15.0	
		0	無解答	14.6	
			正答率	48.8	

解答類型と反応率

問題番号		解答類型		反応率(%)	正答
4	(2)	(正答の条件) 次の(a)，(b)，(c)とそれぞれの根拠を記述し，証明しているもの。 (a)　AB＝AC，AE＝AD　根拠：仮定 (b)　∠BAE＝∠CAD　根拠：対頂角は等しい (c)　△ABE≡△ACD　根拠：２辺とその間の角がそれぞれ等しい (正答例) 仮定から， AB＝AC　……① AE＝AD　……② 対頂角は等しいので， ∠BAE＝∠CAD　……③ ①，②，③より， ２辺とその間の角がそれぞれ等しいから， △ABE≡△ACD　(解答類型１)			
		1	(a)，(b)，(c)とそれぞれの根拠を記述しているもの	37.7	◎
		2	(a)，(b)，(c)の表現が十分でなかったり，記号を書き忘れていたりするが，(a)，(b)，(c)の根拠を記述し，証明の筋道が正しいと分かるもの 例　正答例で，角の記号(∠)を書き忘れている。	4.1	○
		3	(a)，(b)，(c)の根拠が抜けていたり，根拠の表現が十分でなかったりするが，(a)，(b)，(c)を記述し，証明の筋道が正しいと分かるもの((a)，(b)，(c) の表現が十分でなかったり，記号を書き忘れていたりするものを含む。) 例　正答例で，「２辺とその間の角がそれぞれ等しいから」を書き忘れている。	6.4	○
		4	上記１～３について，(b)の根拠を「共通な角」と記述しているもの	6.8	
		5	上記１～３以外で，正しく証明をしているもの 例　△EBC≡△DCBを証明しているもの。	0.0	◎
		6	上記５について，表現が十分でなかったり，記号を書き忘れていたりするが，証明の筋道が正しいと分かるもの (根拠が抜けていたり，根拠の表現が十分でなかったりするものを含む。)	0.0	○
		7	仮定として，「BE＝CD」を用いているもの	3.9	
		8	(a)のみを記述しているもの または，(a)と(c)について記述しているもの	3.6	
		9	上記以外の解答	15.6	
		0	無解答	21.9	
			正答率	48.2	

この問題の出題の趣旨は,「図形についての証明をよみ,「証明を振り返って考えること」「発展的に考えて証明すること」ができるかどうかをみる。」である。設問（１）では，趣旨が「与えられた証明をよみ，そのしくみを考えることができるかどうかをみる。」であるが，正答率は48.8%，設問（２）では，趣旨が「発展的に考えて証明することができるかどうかをみる。」であるが，正答率は 48.2%と課題があり，指導の改善が必要であることがうかがえる。

本校生徒の回答状況は次のとおりである。設問（１）は，正答率が56.8%，設問（２）は，正答率が61.6%であり，全国の状況より正答率が高い傾向となっているものの課題がある。特に，解答類型と反応率は次の表のとおりである。

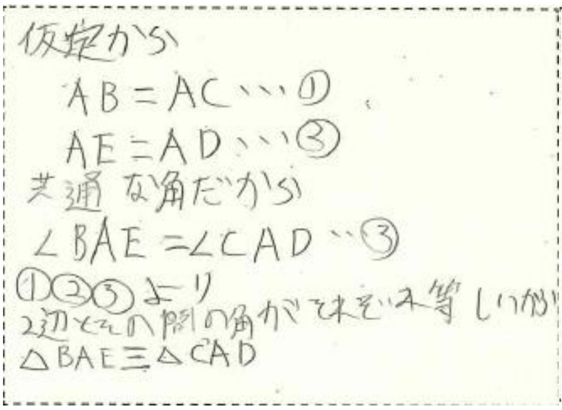
設問（１）

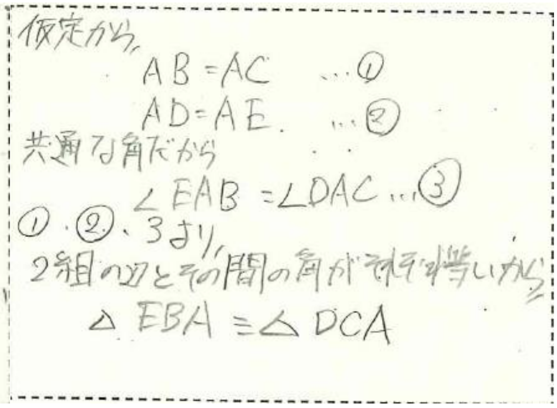
解答類型	反応率(%)	正答	解答類型	反応率(%)	正答
1	56.8	◎	6	9.1	
2	0.0	○	9	6.8	
3	20.5		0	6.8	
4	0.0		正答率	50.0	
5	0.0				

設問（２）

解答類型	反応率（%）	正答	解答類型	反応率（%）	正答
1	52.5	◎	6	0.0	○
2	4.5	○	7	4.5	
3	2.3	○	8	15.9	
4	4.5		9	4.5	
5	2.3	◎	0	9.0	
			正答率	61.6	

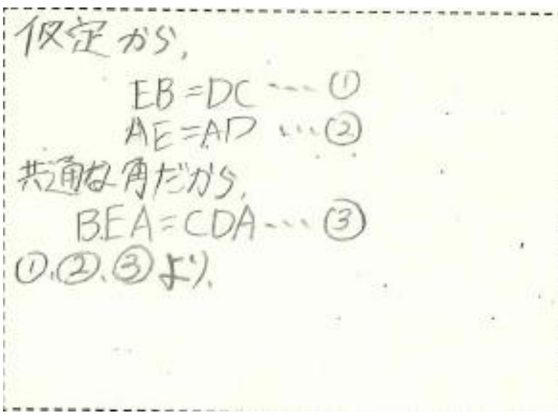
設問（２）解答類型４　∠BAE＝∠CAD の根拠を「共通な角」と記述しているもの

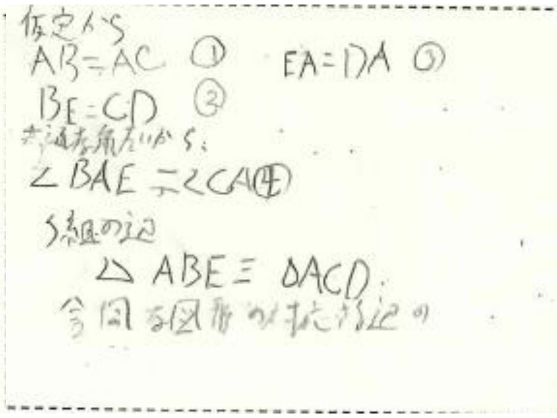

仮定から
AB=AC…①
AE=AD…③
共通な角だから
∠BAE=∠CAD…③
①②③より
2辺とその間の角がそれぞれ等しいから
△BAE≡△CAD


仮定から,
AB=AC …①
AD=AE …②
共通な角だから
∠EAB=∠DAC…③
①、②、3より,
2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから
△EBA≡△DCA

この反応をした生徒については，もとの証明の何が変わり何が変わらないかが読みとれなかったと考えられる。

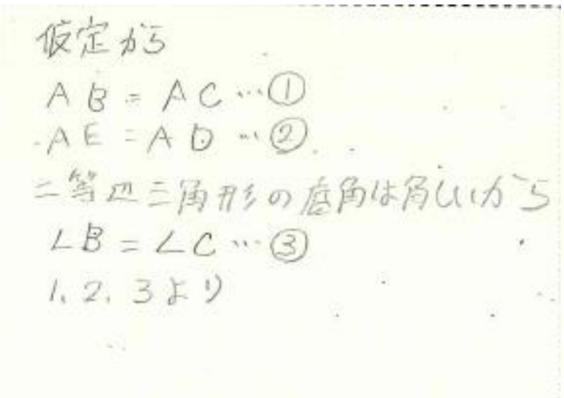
設問（２）解答類型７　仮定として，「BE＝CD」を用いているもの

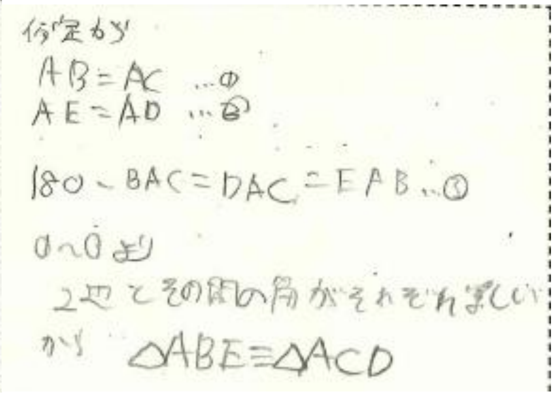

仮定から,
EB=DC…①
AE=AD…②
共通な角だから,
BEA=CDA…③
①,②,③より,

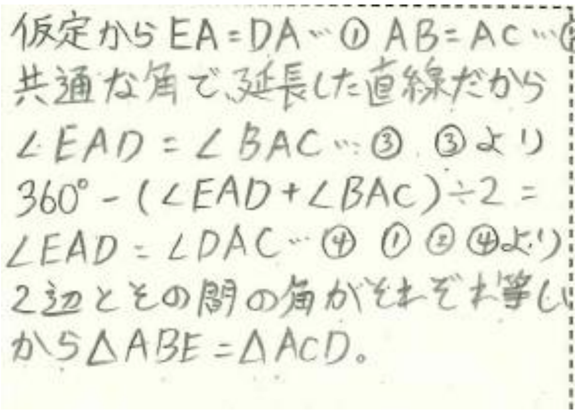

仮定から
AB=AC ①　EA=DA ③
BE=CD ②
共通な角だから
∠BAE=∠CA④
3組の辺
△ABE≡△ACD

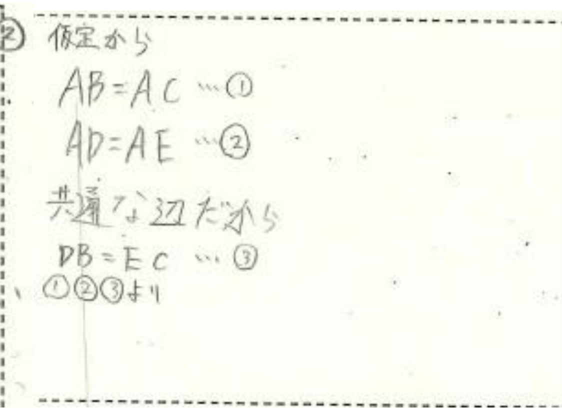
この反応をした生徒については，仮定と結論が何かが読みとれなかったと考えられる。

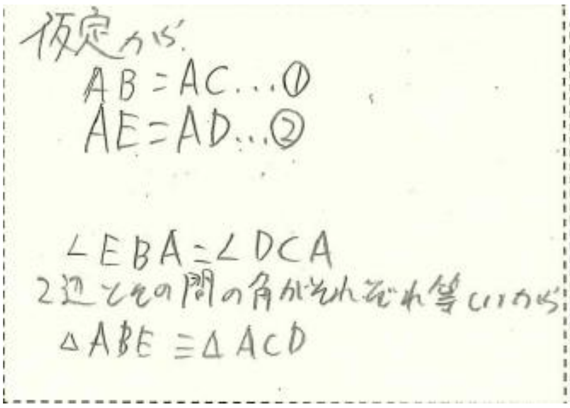
設問（２）解答類型８　「仮定から，AB＝AC，AE＝AD」のみを記述しているもの，または，
「仮定から，AB＝AC，AE＝AD」「２辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△ABE≡△ACD」について記述しているもの

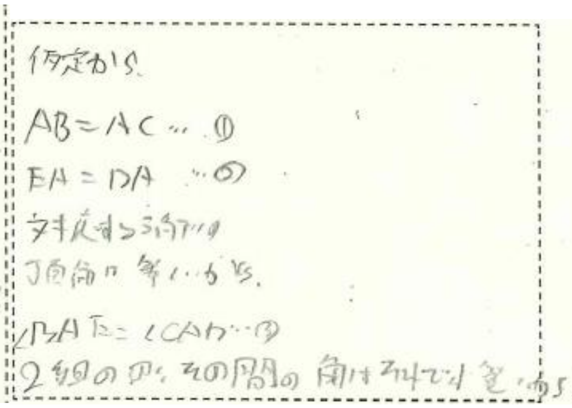

仮定から
AB＝AC…①
AE＝AD…②
二等辺三角形の底角は等しいから
∠B＝∠C…③
1，2，3より


仮定より
AB＝AC…①
AE＝AD…②
180－BAC＝DAC＝EAB…③
①～③より
２辺とその間の角がそれぞれ等しいから △ABE≡△ACD


仮定からEA＝DA…① AB＝AC…②
共通な角で，延長した直線だから
∠EAD＝∠BAC…③ ③より
360°－(∠EAD＋∠BAC)÷2＝
∠EAD＝∠DAC…④ ①②④より
２辺とその間の角がそれぞれ等しいから△ABE＝△ACD。


仮定から
AB＝AC…①
AD＝AE…②
共通な辺だから
DB＝EC…③
①②③より

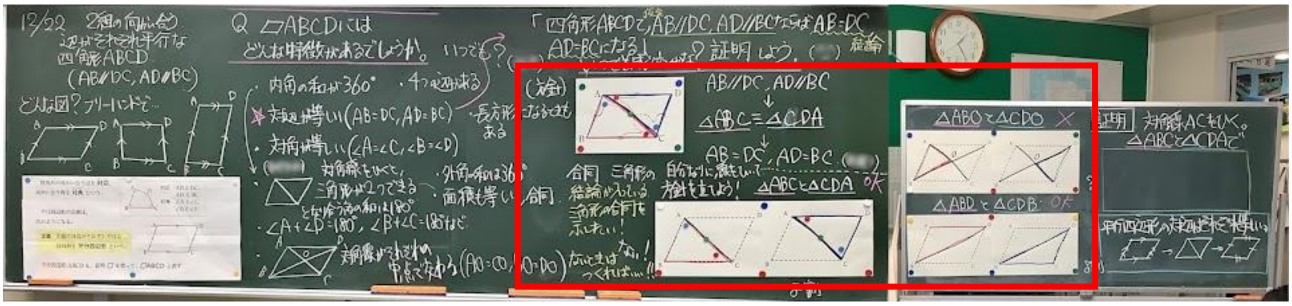

仮定から
AB＝AC…①
AE＝AD…②
∠EBA＝∠DCA
２辺とその間の角がそれぞれ等しいから
△ABE≡△ACD


仮定から
AB＝AC…①
EA＝DA…②
対応する角より
頂角は等しいから
∠BAE＝∠CAD…③
２組の辺とその間の角はそれぞれ等しいから

この反応をした生徒については，∠BAE＝∠CAD を見いだすことができなかったと考えられる。

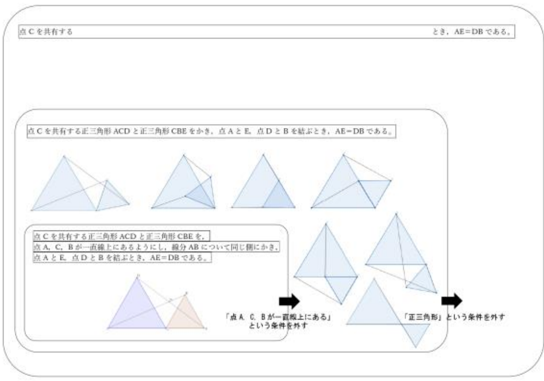
①　結論を導くために用いられている条件や根拠に着目しながら証明をよみ，その仕組みを捉えることができるようにする

証明をかいたら，結論 AE＝DB が成り立つために，図形のどこが等しいということが影響していたのかを確認するようにする。「結論 AE＝DB が成り立つことには，図形のどこが等しいということが影響していたのか」を問い，証明の仕組みを捉える活動を取り入れる。本時でいえば，AC＝DC，CE＝CB，∠ACE＝∠DCB が影響していたことを捉える。この活動を通して，証明の仕組みを捉えることができるようにする。さらに，本時でいえば「AC＝DC，CE＝CB，∠ACE＝∠DCB から三角形の合同（△ACE≡△DCB）」が導かれたことが確認されると，そこから「∠AOD＝∠BOE＝60°」という新たな性質が成り立つことを証明することもできる。こうした発展的に考察できることも，仕組みを捉えることのよさである。証明をよみ，その仕組みを捉えることができるようにするためには，証明をつくるときに，三角形の合同条件を成り立たせる３つの要素を，図に色や印をつけて対応させるなど，言葉や記号で表されたことを図と対応付けて的確によみとれるようにすることが大切である。また，授業で扱った問題のように合同な三角形が重なり合っている場合には，２つの三角形を別々にかき出し，辺や角の対応関係を確認できるようにする。（例えば，12 時間目の授業では次のように示した。）



②　問題の条件を変えて，発展的に考え，もとの命題の証明を参考にして，発展的に考えた命題を証明するきっかけをつかめるようにする

授業で取り扱う命題「点 C を共有する正三角形 ACD と正三角形 CBE を，点 A，C，B が一直線上にあるようにし，線分 AB について同じ側にかき，点 A と E，点 D と B を結ぶとき，AE＝DB である」は，拡張できる条件が「正三角形」「点 A，C，B が一直線上」「２つの三角形は線分 AB について同じ側にある」といったように複数含まれており，豊かな発展性がある（小岩，2022）。そこで，命題が成り立つことを証明した後，「次に何を考えますか？」と問いかけ，生徒が発展的に考えるための着想を得る機会を位置付ける。次時では，発展的に考えて予想した命題を証明する際，もとの証明の何が変わり，何が変わらないかを見いだすようにする。この働きかけにより，証明の構造に目を向けられるように促し，AE＝DB が成り立つ構造の本質である「視点（AC＝DC，CE＝CB，∠ACE＝∠DCB）」を捉えられるようにする。そして，単元末の学習では，AE＝DB になる他の図形はあるか考えていくようにする。このとき，本時で捉えた「視点」を使って命題を拡張する活動となることをねらう。このことにより，頂角の頂点を共有する相似な二等辺三角形が含まれる図形で同じ結論が成り立つことに気付けるように促していく。



引用・参考文献

相馬一彦（1997）．数学科「問題解決の授業」．明治図書.

国立教育政策研究所教育課程研究センター（2020）．「指導と評価の一体化」のための学習評価に関する参考資料【中学校数学】．東洋館出版社.

国立教育政策研究所教育課程研究センター（2013）．平成 25 年度全国学力・学習状況調査報告書【中学校数学】

国立教育政策研究所教育課程研究センター（2018）．平成 30 年度全国学力・学習状況調査報告書【中学校数学】

国立教育政策研究所教育課程研究センター（2010）．平成 22 年度全国学力・学習状況調査報告書【小学校算数】

国立教育政策研究所教育課程研究センター（2011）．平成 23 年度全国学力・学習状況調査報告書【中学校数学】

国立教育政策研究所教育課程研究センター（2010）．平成 22 年度全国学力・学習状況調査報告書【中学校数学】

文部科学省（2018）．学習指導要領（平成 29 年告示）解説数学編．日本文教出版.

湊三郎（1999）．練り合い，練り上げ，振り返る活動の意義 CREAR7 多様な考えを生かせる子ども．ニチブン.

早勢裕明 編著（2020）．中学校数学科　Before&After でみる実践！全単元の「問題解決の授業」．明治図書.

釧路市教育委員会（2022）．釧路市の教育第 72 号.

水谷尚人 編著（2022）．中学校数学指導スキル大全．明治図書.

水谷尚人・鈴木誠・藤原大樹・大田誠・島尾裕介・赤本純基（2021）．中学校数学科新学習指導要領×アフター・コロナ×GIGA スクール時代の数学授業 39 の新提言．明治図書.

小岩大（2022）．図形の性質に関する統合的・発展的な学習指導：２つの正三角形の性質の問題に焦点を当てて．日本数学教育学会，第１０４回大会発表要旨集（p.303）.