

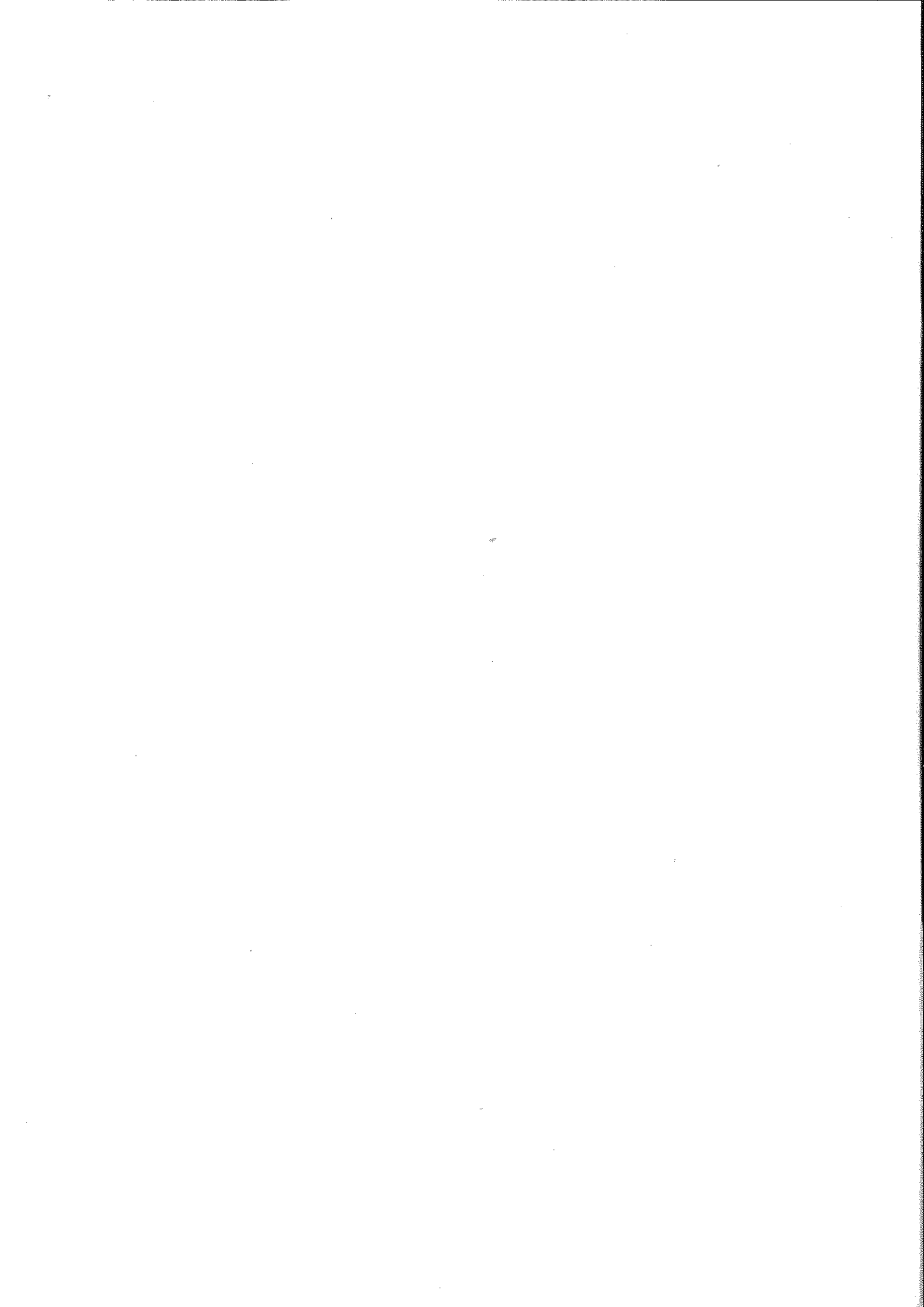
令和4年度入学試験問題

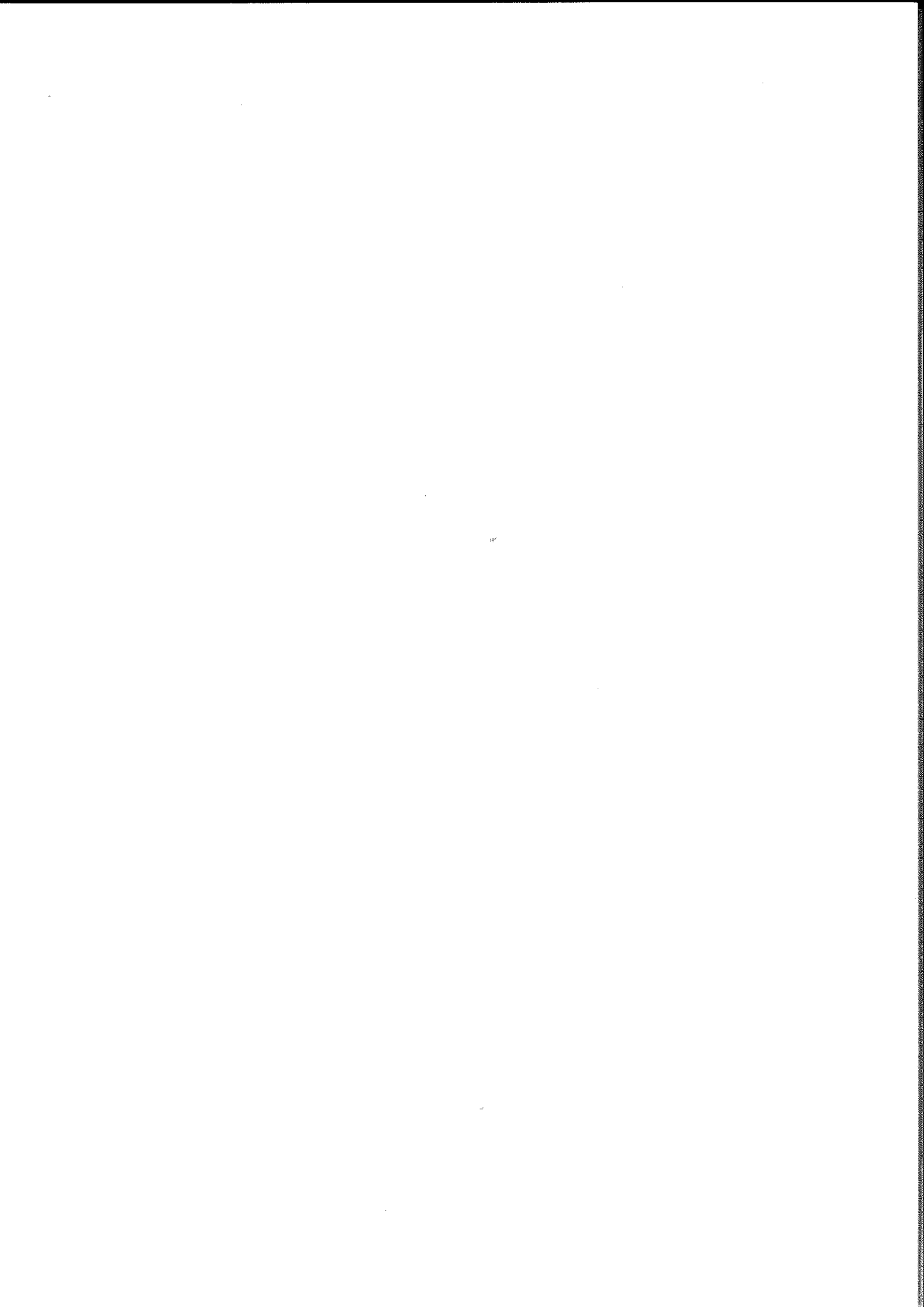
数 学

(教 員 養 成 課 程)

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまでは、この問題冊子を開かないこと。
- 2 問題冊子は表紙を含めて1～3ページです。
- 3 解答用紙は3枚、計算用紙は1枚です。
- 4 解答は指定された解答用紙に記入すること。裏面には何も書かないこと。
- 5 受験番号は解答用紙の指定欄に記入すること。
- 6 解答は、答えだけでなく、計算の過程や説明も書くこと。
- 7 解答用紙のみを提出し、問題冊子・計算用紙は試験終了後、持ち帰ること。なお、いかなる理由があっても解答用紙以外（計算用紙など）は受理しません。
- 8 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等により交換を必要とする場合は、手を挙げて監督者に知らせること。





問題 1 (70 点)

2次方程式 $x^2 - x - 1 = 0$ の2つの解を α, β とおき, $a_n = \alpha^n + \beta^n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とする。次の問いに答えよ。

- (1) a_1, a_2, a_3 を求めよ。
- (2) $a_{n+2} - a_{n+1} - a_n = 0$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) が成り立つことを示し, 各 a_n が正の整数になる理由を説明せよ。
- (3) 各 a_n の一の位の数 b_n とおくとき, b_{14}, b_{2022} をそれぞれ求めよ。

問題 2 (70 点)

放物線 $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2$ を C_1 とする。点 $P\left(1, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ における C_1 の接線と P で垂直に交わる直線を l とする。また, l と x 軸との交点を中心とし, 点 P を通る円を C_2 とおく。次の問いに答えよ。

- (1) 直線 l の方程式を求めよ。
- (2) 円 C_2 の中心と半径を求めよ。
- (3) 2つの曲線 C_1, C_2 と x 軸とで囲まれた部分の面積を求めよ。

問題 3 (60 点)

次の問いに答えよ。ただし、 $\sqrt{3}$ が無理数であることは証明せずに用いてよい。

- (1) $\tan \alpha$ と $\tan \beta$ が有理数であり、 $\tan(\alpha + \beta)$ が定義されるとき、 $\tan(\alpha + \beta)$ も有理数であることを示せ。
- (2) $\tan 10^\circ$ は無理数であることを示せ。
- (3) $\tan(90^\circ - \alpha) = \frac{1}{\tan \alpha}$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) が成り立つことを、鋭角の三角比の定義にもとづいて説明せよ。
- (4) $\tan 8^\circ$ は無理数であることを示せ。

