令和４年度　北海道教育大学教育学部旭川校

編入学試験 問題用紙

教員養成課程 数学教育専攻

注意事項

1. 試験開始の合図があるまでは，この問題冊子を開かない。
2. 問題用紙は１部，解答用紙は３枚である。
3. 試験中に，問題用紙の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れなどにより交換を必要とする場合は，手を挙げて監督者に知らせる。
4. 受験番号は解答用紙の指定欄に記入する。
5. 解答は解答用紙に横書きとする。
6. 解答用紙のみを提出し，問題用紙は試験終了後持ち帰ること。

教員養成課程 数学教育専攻

専門科目（1／2）

$\boxed{1}$ $\mathbb{R}^4$ の 2 つの部分空間

$$W_1 = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \;\middle|\; \begin{array}{rcl} x_1 + x_2 - x_3 & = & 0 \\ 2x_2 - 2x_3 + x_4 & = & 0 \end{array} \right\},$$

$$W_2 = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4 \;\middle|\; x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \right\}$$

について，以下の問いに答えよ．(35 点)

問 1　$W_1 \subset W_2$ を示せ．

問 2　W_1 の基底を 1 組求めよ．

問 3　問 2 で求めた W_1 の基底を含む W_2 の基底を求めよ．

$\boxed{2}$ 数列の収束について，以下の問いに答えよ．(35 点)

問 1　収束列は有界であることを示せ．

問 2　数列 $\{a_n\}_n$ が $n \to \infty$ のとき a に収束するならば

$$\frac{a_1 + \cdots + a_n}{n} \to a, \qquad n \to \infty$$

であることを示せ．

問 3　問 2 の逆は成り立つか．成り立つ場合は証明を与え，成り立たない場合は反例を挙げて成り立たない理由を述べよ．

教員養成課程 数学教育専攻

$\boxed{3}$ 集合と写像について，以下の問いに答えよ．(30 点)

問 1 集合 A, B に対して，次の条件 (i)(ii) は同値であることを示せ．

(i) $A \cap B = A \cup B$.

(ii) $A = B$.

問 2 集合の間の写像 $f\colon X \to Y, g\colon Y \to Z$ に対して，次の条件 (i)(ii) を考える．

(i) f と g は全単射である．

(ii) $g \circ f$ は全単射である．

このとき，次の各問いに答えよ．

(1) (i)$\Rightarrow$(ii) は正しいか．正しければ証明し，正しくなければ反例を挙げよ．

(2) (ii)$\Rightarrow$(i) は正しいか．正しければ証明し，正しくなければ反例を挙げよ．

問 3 写像 $f : X \to Y$ について，以下の問いに答えよ．

(1) f が全射であるとき，任意の $B \subset Y$ に対して，$f(f^{-1}(B)) = B$ であることを示せ．

(2) f が単射であるとき，任意の $A \subset X$ に対して，$f^{-1}(f(A)) = A$ であることを示せ．