

令和5年度 北海道教育大学教育学部旭川校

編入学試験 問題用紙

教員養成課程 数学教育専攻

注意事項

1. 試験開始の合図があるまでは、この問題冊子を開かない。
2. 問題用紙は1部、解答用紙は3枚である。
3. 試験中に、問題用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れなどにより交換を必要とする場合は、手を挙げて監督者に知らせる。
4. 受験番号は解答用紙の指定欄に記入する。
5. 解答は解答用紙に横書きとする。
6. 解答用紙のみを提出し、問題用紙は試験終了後持ち帰ること。

専門科目 (1/2)

1 実行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & 2 \\ 2 & -6 & 1 & 3 \\ 1 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ に対し, \mathbb{R}^4 の部分集合 W を $W = \{x \in \mathbb{R}^4 \mid Ax = 0\}$

と定める. 以下の問いに答えよ. (35 点)

問 1 W は \mathbb{R}^4 の部分空間であることを示せ.

問 2 W の基底を一組与え, W の次元を求めよ.

問 3 \mathbb{R}^4 の部分空間 W' で, $W \cap W' = \{0\}$ かつ $\dim W' = 2$ となるものの例を挙げよ.

2 数列の収束について, 以下の問いに答えよ. (35 点)

問 1 x, y を実数とする. 任意の $\varepsilon > 0$ に対して $|x - y| < \varepsilon$ であるならば, $x = y$ であることを示せ.

問 2 数列 $\{a_n\}_n$ が収束するならば, その極限值は一意であることを示せ.

問 3 数列 $\{a_n\}_n, \{b_n\}_n, \{c_n\}_n$ に対して, $a_n \leq c_n \leq b_n$ ($n \in \mathbb{N}$) が成り立ち, さらに $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \alpha$ であるとする. このとき, $\{c_n\}_n$ も収束し, $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = \alpha$ であることを示せ.

専門科目 (2/2)

3 n を正の整数とし, A を n 個の元からなる有限集合とする. 以下の問いに答えよ.
(30 点)

- 問 1 A から集合 $\{1, 2, 3\}$ への写像の個数を求めよ.
- 問 2 A から集合 $\{1, 2, 3\}$ への単射が存在するための n の条件を答えよ. また, そのときの単射の個数を求めよ.
- 問 3 A から集合 $\{1, 2, 3\}$ への全射が存在するための n の条件を答えよ. また, そのときの全射の個数を求めよ.